

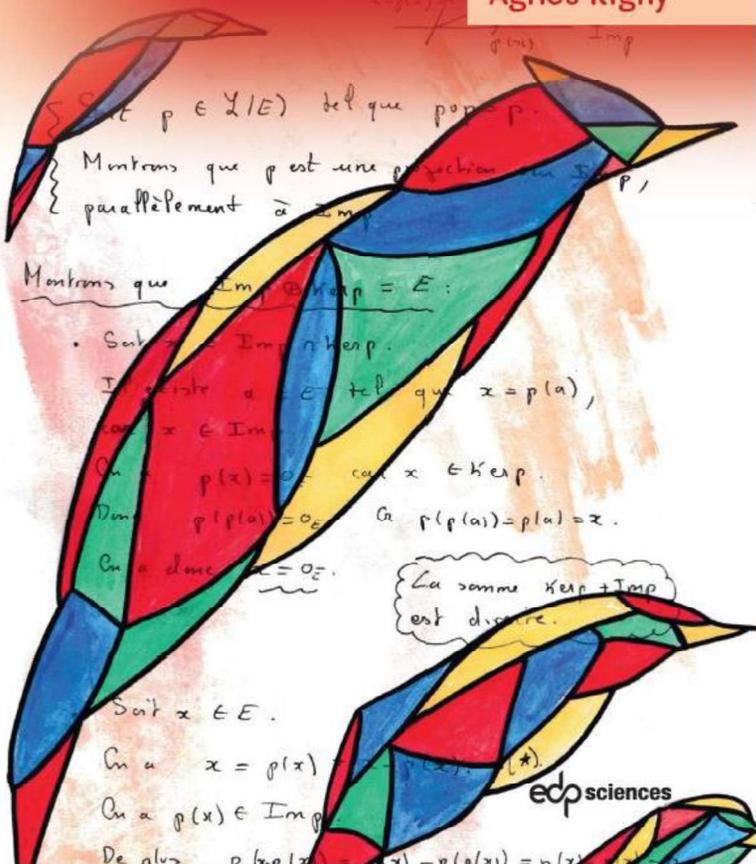
Rencontres au pays des maths



Agnès Rigny • 2023

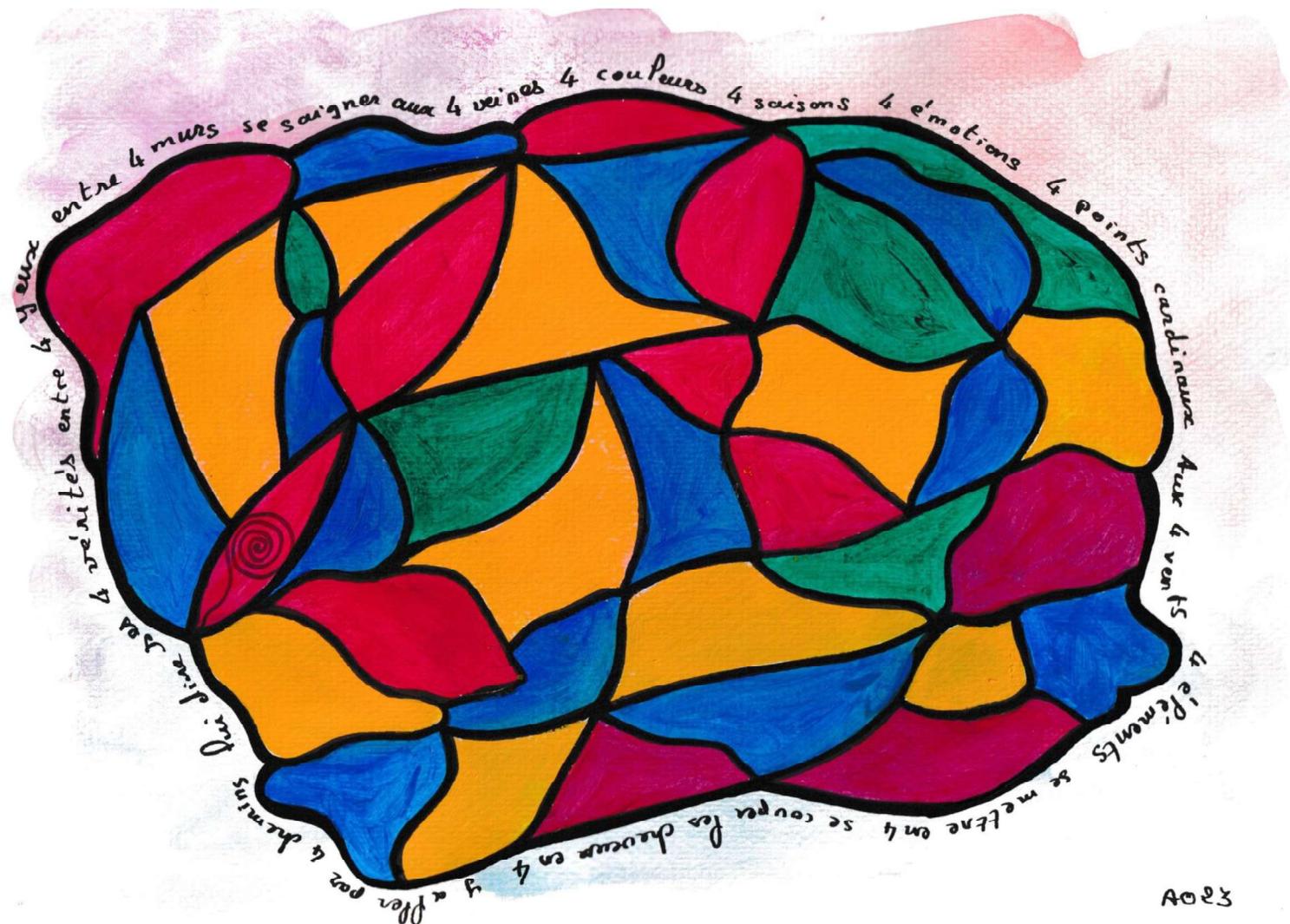
Rencontres au pays des maths

Agnès Rigny



Dans ce livre, on trouve

- Des histoires
- Des anecdotes
- Des poèmes
- Des dessins
- Des portraits
- Des idées d'ateliers...



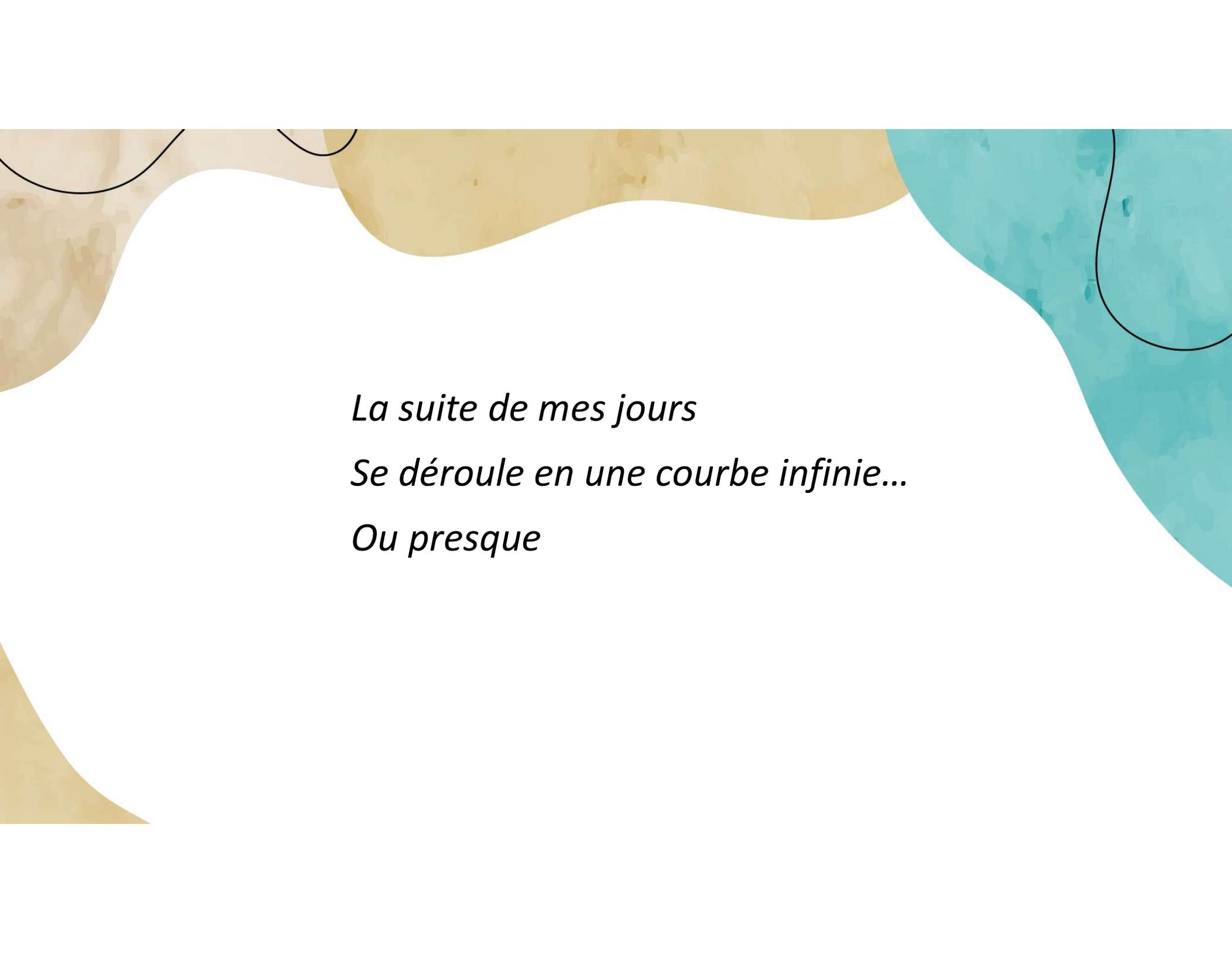
AO23



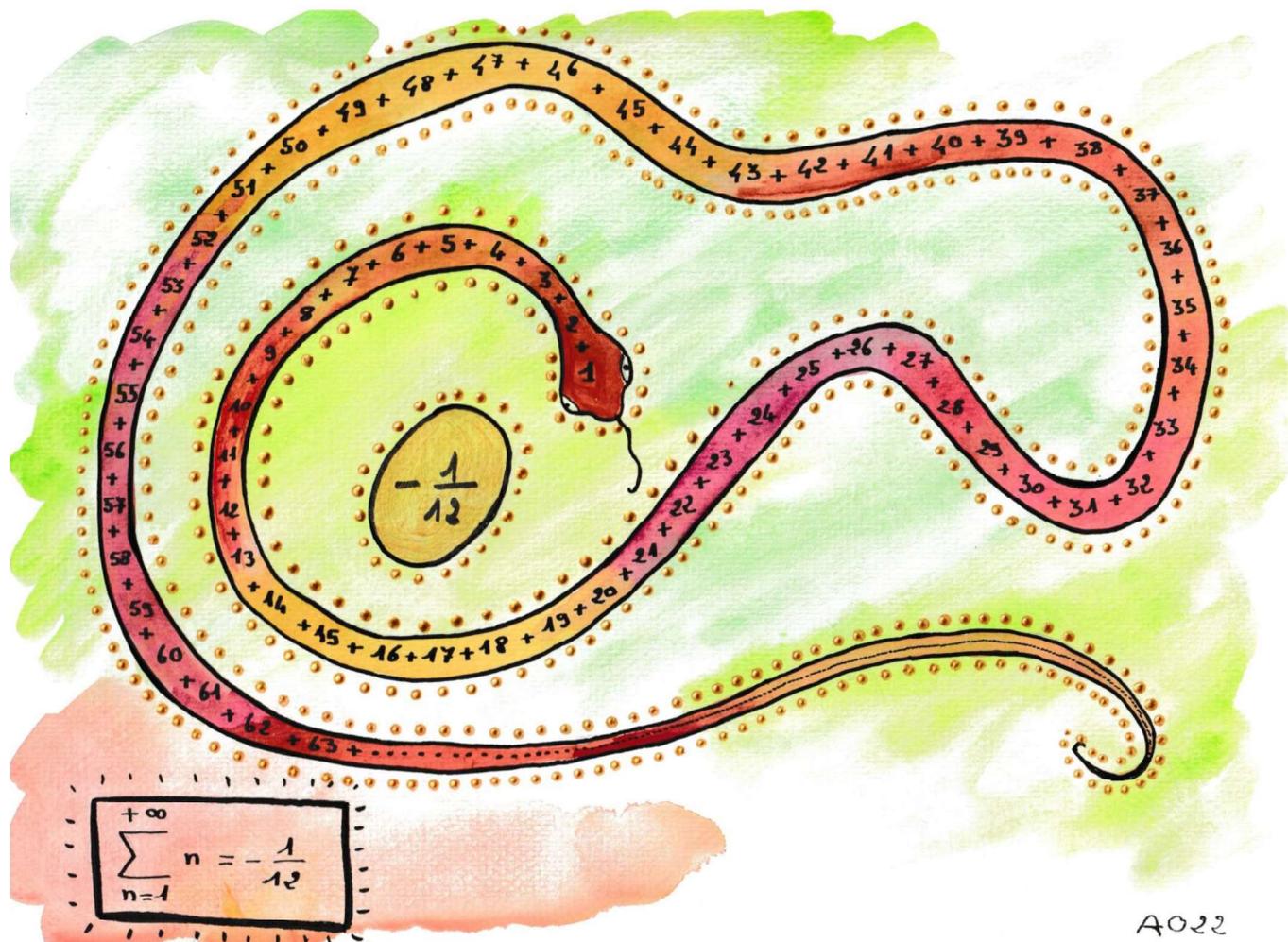
*Le cœur ouvert
J'intègre avec bonheur
Les espaces supérieurs*

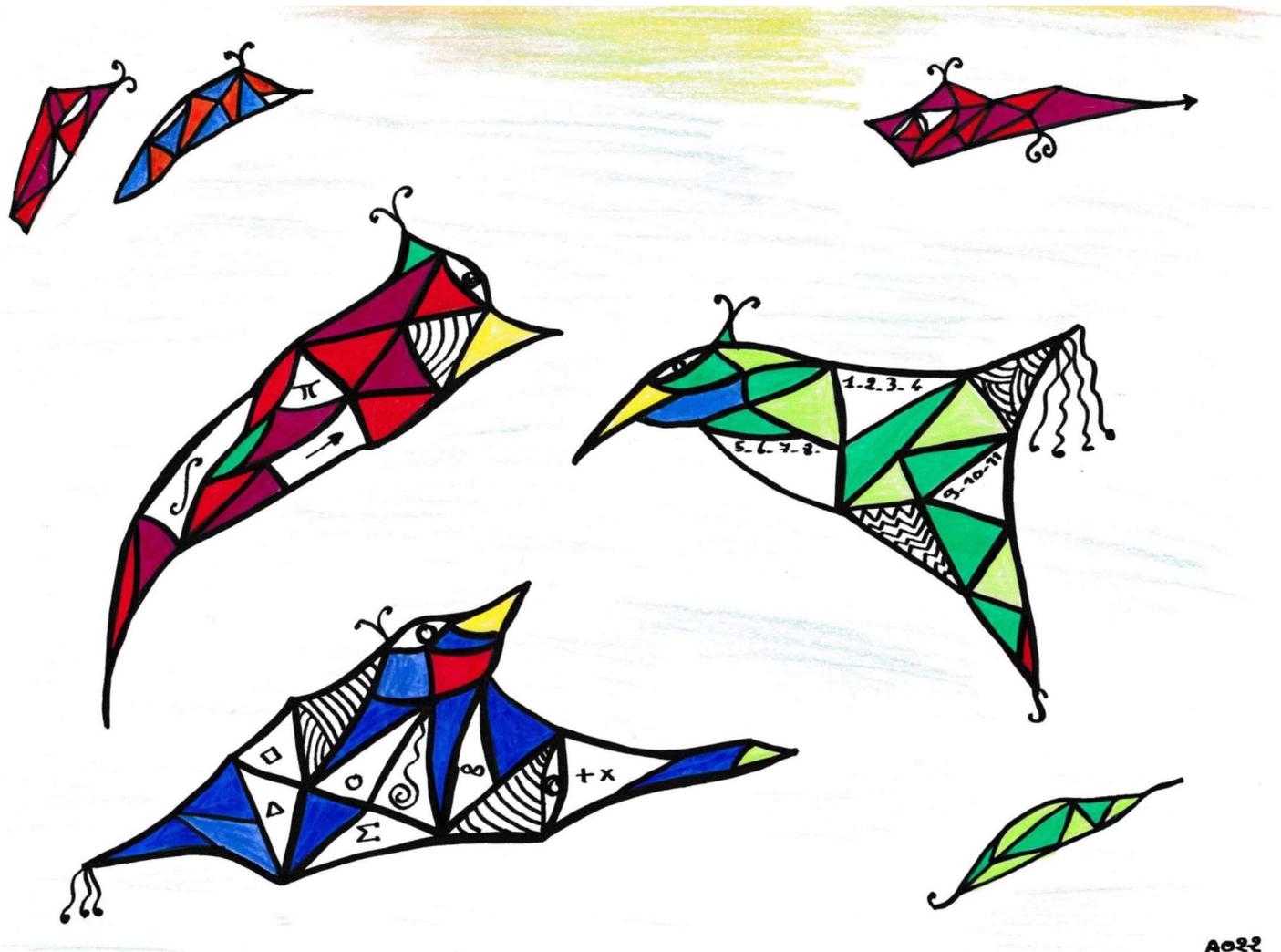


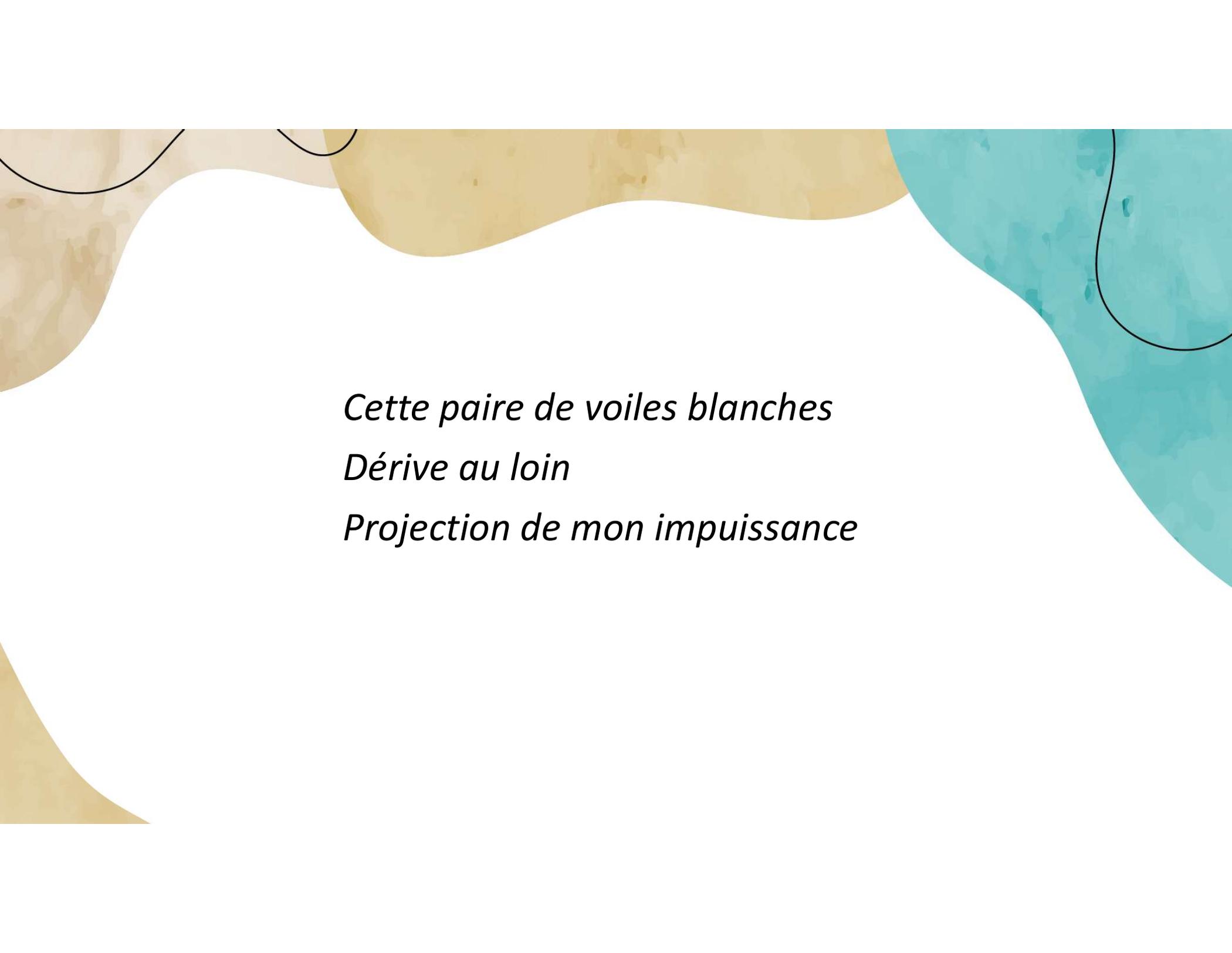
R.21



*La suite de mes jours
Se déroule en une courbe infinie...
Ou presque*







*Cette paire de voiles blanches
Dérive au loin
Projection de mon impuissance*

• $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z}$ est un sous groupe de \mathbb{Z} .

Donc il existe c tel que $a\mathbb{Z} + b\mathbb{Z} = c\mathbb{Z}$.

• On a $a\mathbb{Z} \subset c\mathbb{Z}$ et $b\mathbb{Z} \subset c\mathbb{Z}$.

De même c/b

→ c est donc un diviseur commun à a et b .

• Il existe u et v appartenant à \mathbb{Z} tels que $c = ua + vb$.

D'après le lemme de Bézout, $d = \text{pgcd}(a, b) \mid c$.

→ d est donc le plus grand diviseur commun à a et b .

des diviseurs communs à a et b .

On a donc montré que c est le pgcd de a et b .

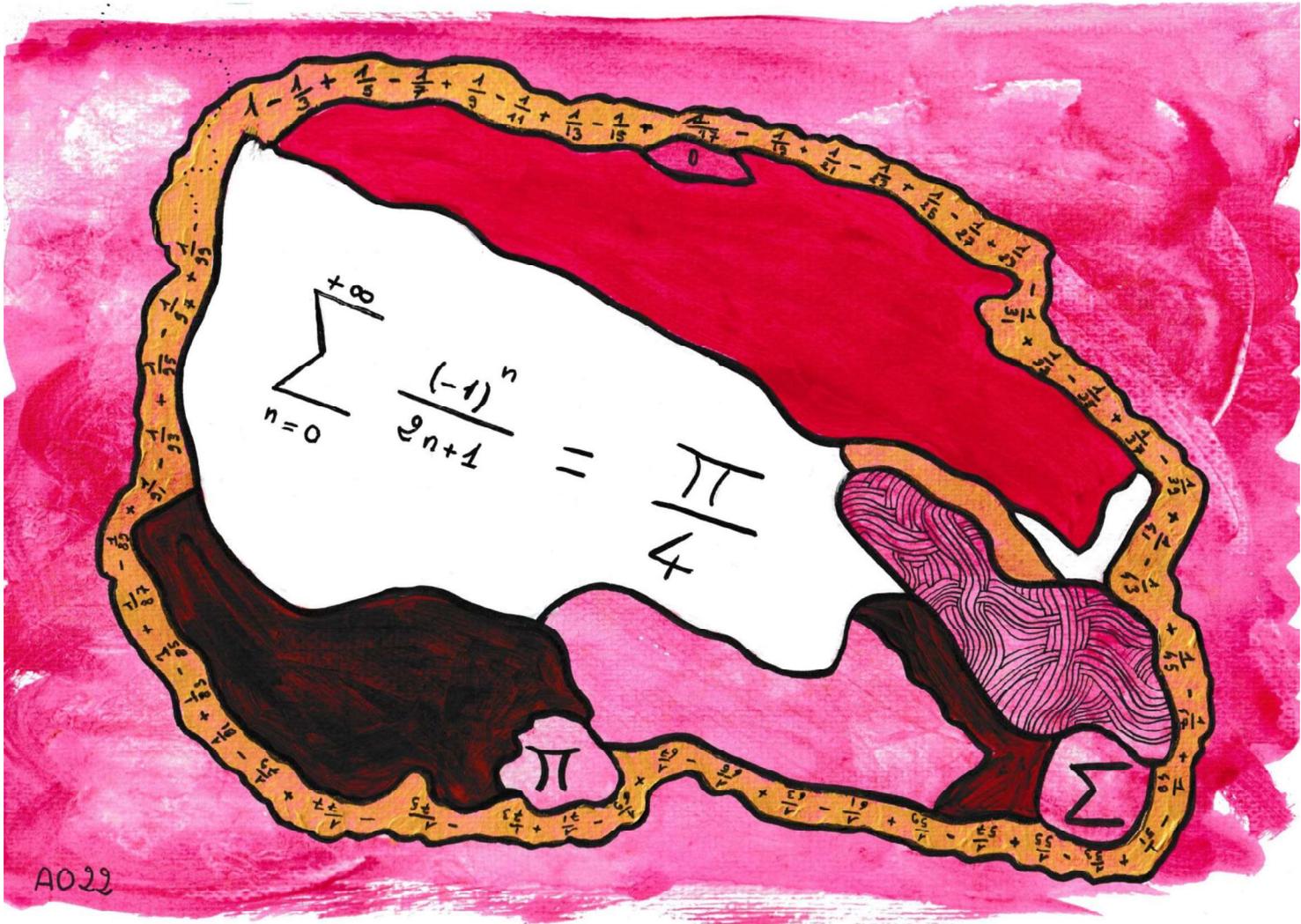
(Et on entend par là que a, b, c sont positifs).

On a donc le corollaire

$d \mid a$ et $d \mid b$

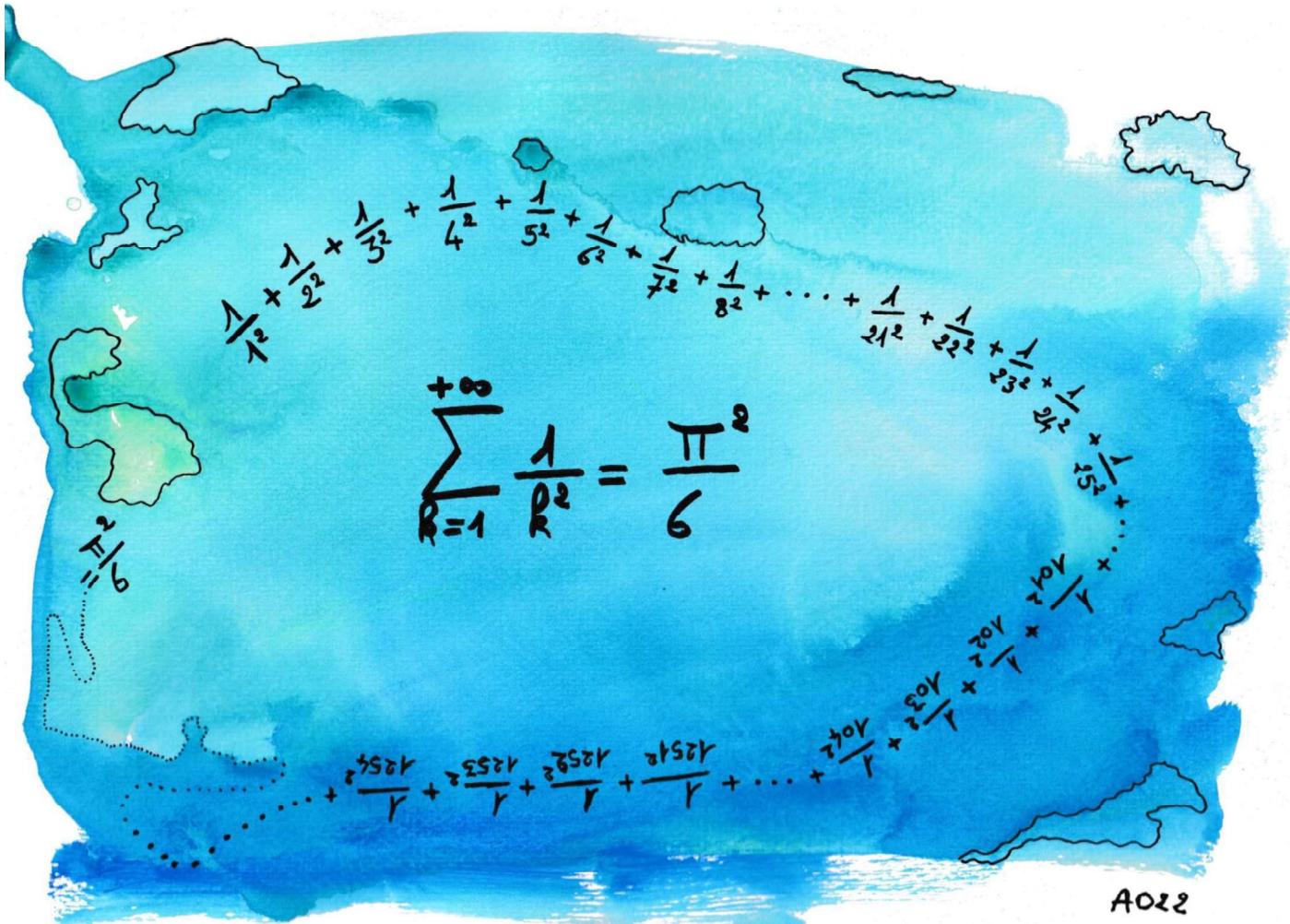
$d \mid \text{pgcd}(a, b)$

CQFD. ■





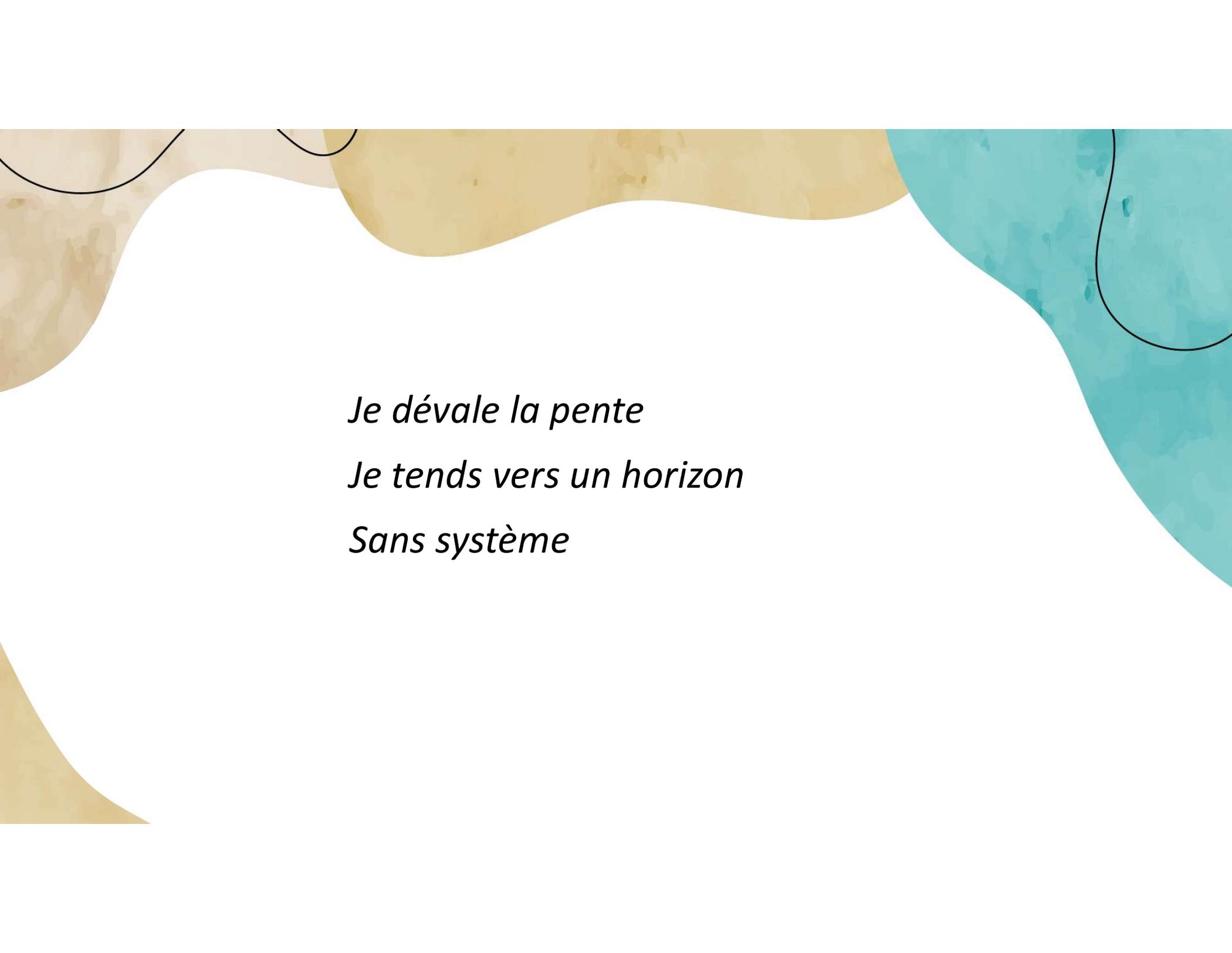
*Nos corps enlacés sans ordre
Perdent la raison
Aux frontières de l'extase*



2022



AR21



*Je dévale la pente
Je tends vers un horizon
Sans système*



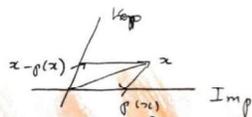
$$\dim \ker u + \text{rang}(u) = \dim E$$

$$S=S \Rightarrow S = E P \Delta P$$

$$\prod_{i=1}^k (f - \lambda_i \text{id}_E) = 0 \rightarrow E = \bigoplus_{i=1}^k \ker(f - \lambda_i \text{id}_E)$$

Le polynôme caractéristique est annulateur

A023



Soit $p \in \mathcal{L}(E)$ tel que ppp .

Montrons que p est une projection sur $\text{Im } p$,
 parallèlement à $\text{Ker } p$.

Montrons que $\text{Im } p \oplus \text{Ker } p = E$:

- Soit $x \in \text{Im } p \cap \text{Ker } p$.
 Il existe $a \in E$ tel que $x = p(a)$,
 car $x \in \text{Im } p$.
 Or $p(x) = 0$ car $x \in \text{Ker } p$.
 Donc $p(p(a)) = 0$ car $p(p(a)) = p(x) = 0$.
 Or $p(p(a)) = p(a) = x$.
 On a donc $x = 0$.

La somme $\text{Ker } p + \text{Im } p$
 est directe.

Soit $x \in E$.

On a $x = p(x) + (x - p(x))$ (*)

On a $p(x) \in \text{Im } p$

De plus, $p(x - p(x)) = p(x) - p(p(x)) = p(x) - p(x) = 0$.

Donc $x - p(x) \in \text{Ker } p$.

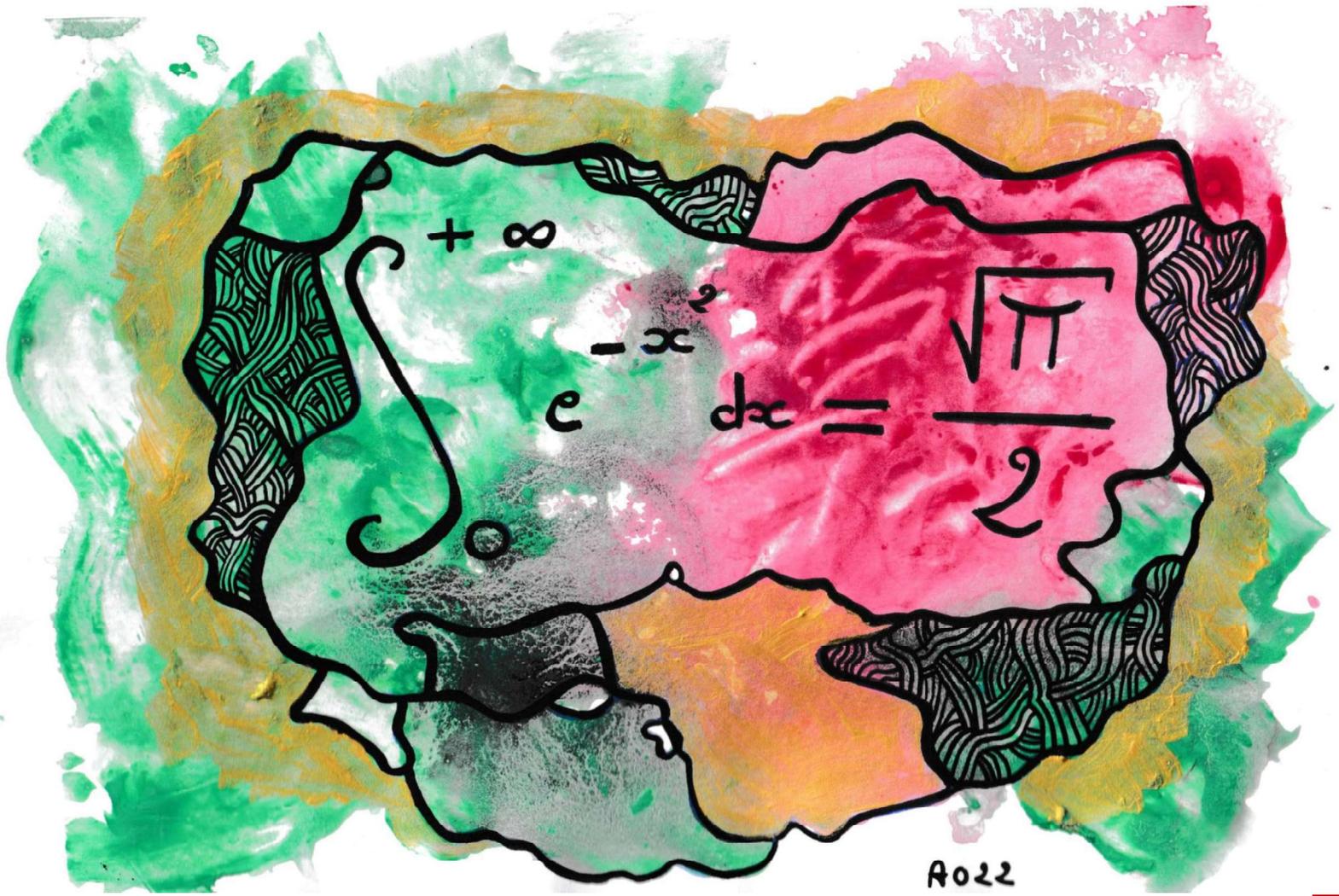
Ce qui prouve que $E = \text{Im } p + \text{Ker } p$

• On a bien $E = \text{Im } p \oplus \text{Ker } p$ - par définition,

p est la projection sur $\text{Im } p$ parallèlement à $\text{Ker } p$ (*)



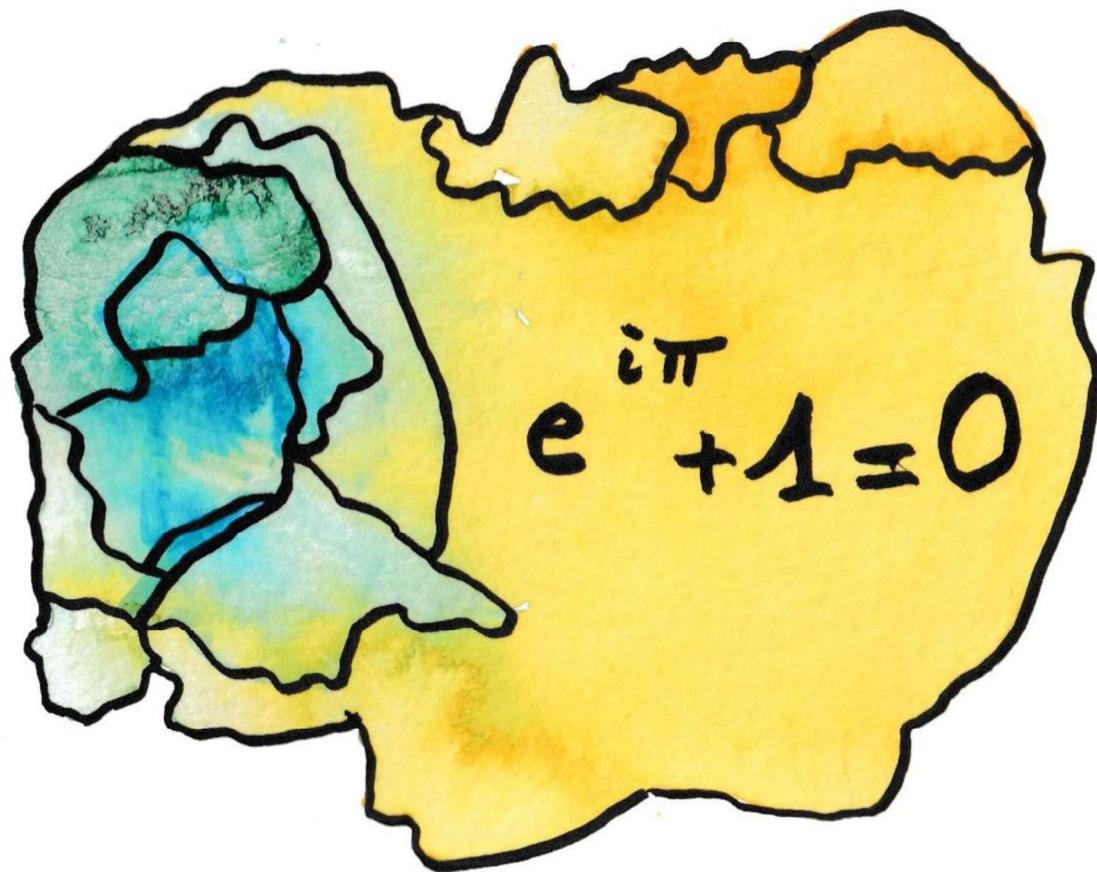
*Un chant complexe
S'élève au loin
Mes mains sont liées
Je reste neutre*



A022



*Dans ce monde en décomposition
L'égalité ?
L'inconnue de l'équation*



$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

121

For me an equation has no meaning
unless



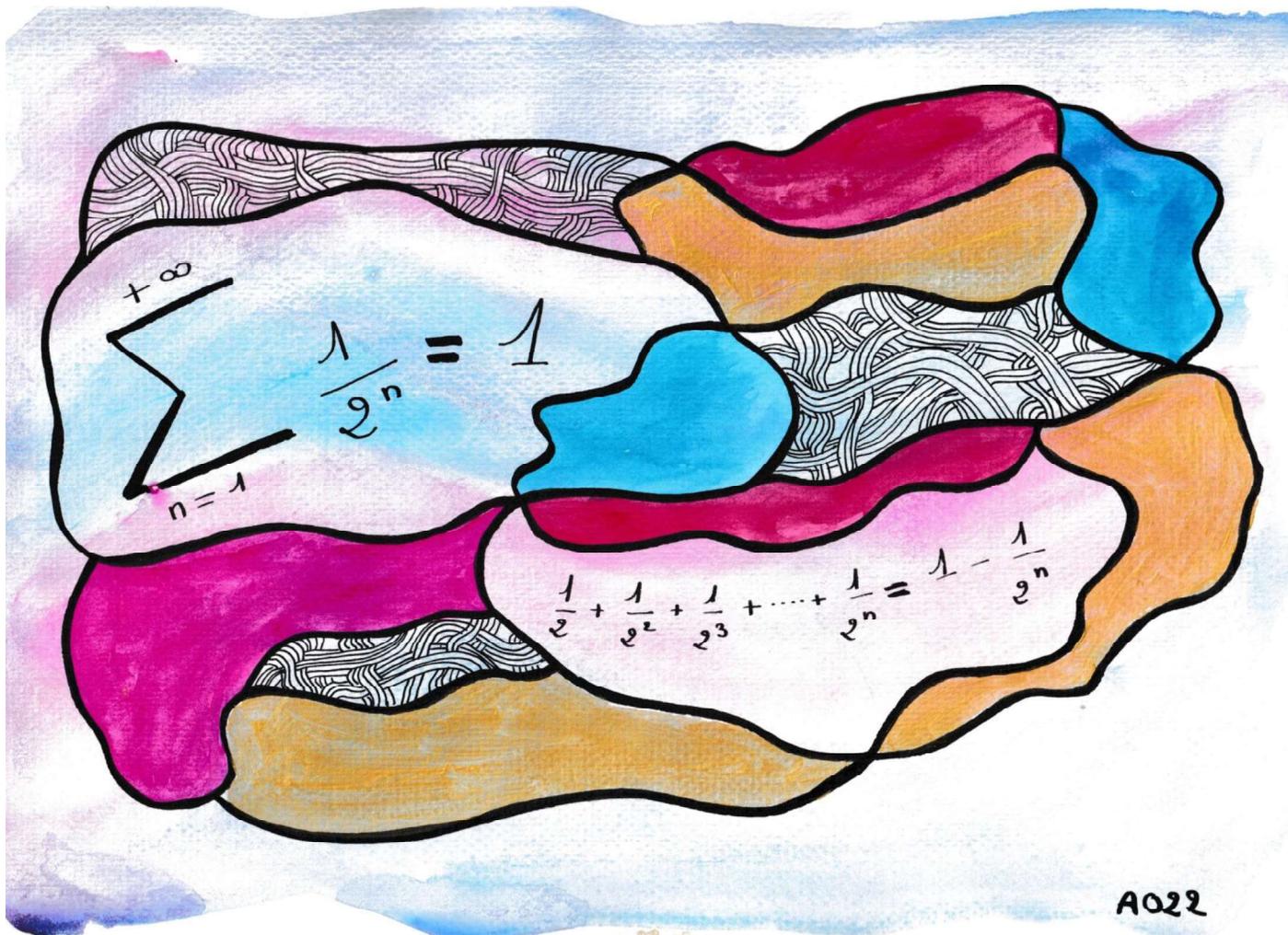
$$\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}}$$

it

expresses

the thought of a God !





A022



*En arrivant au sommet
J'entrevois la possibilité
D'inverser les limites*

A hand-drawn diagram consisting of a blue irregular shape with a black outline. Inside this blue shape is a smaller red irregular shape, also with a black outline. The red shape contains the mathematical formula for Stirling's approximation: $n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$. The formula is written in black ink. The blue shape has a horizontal red bar at the top left and a horizontal red bar at the bottom right.

$$n! \sim \sqrt{2\pi n} n^n e^{-n}$$

R21

Le théorème des accroissements finis

Soit f une fonction continue et dérivable sur I , valeurs réelles.
Soit $a, b \in I$, $a < b$.
Il existe $c \in]a, b[$ tel que $f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

Démonstration

Soit $a < b \in I$.

Considérons la fonction $\varphi(x) = f(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$.

On a $\varphi(a) = 0$ et $\varphi(b) = 0$.

φ est continue et dérivable sur $]a, b[$ car f l'est.

D'après le théorème de Rolle, il existe $c \in]a, b[$.

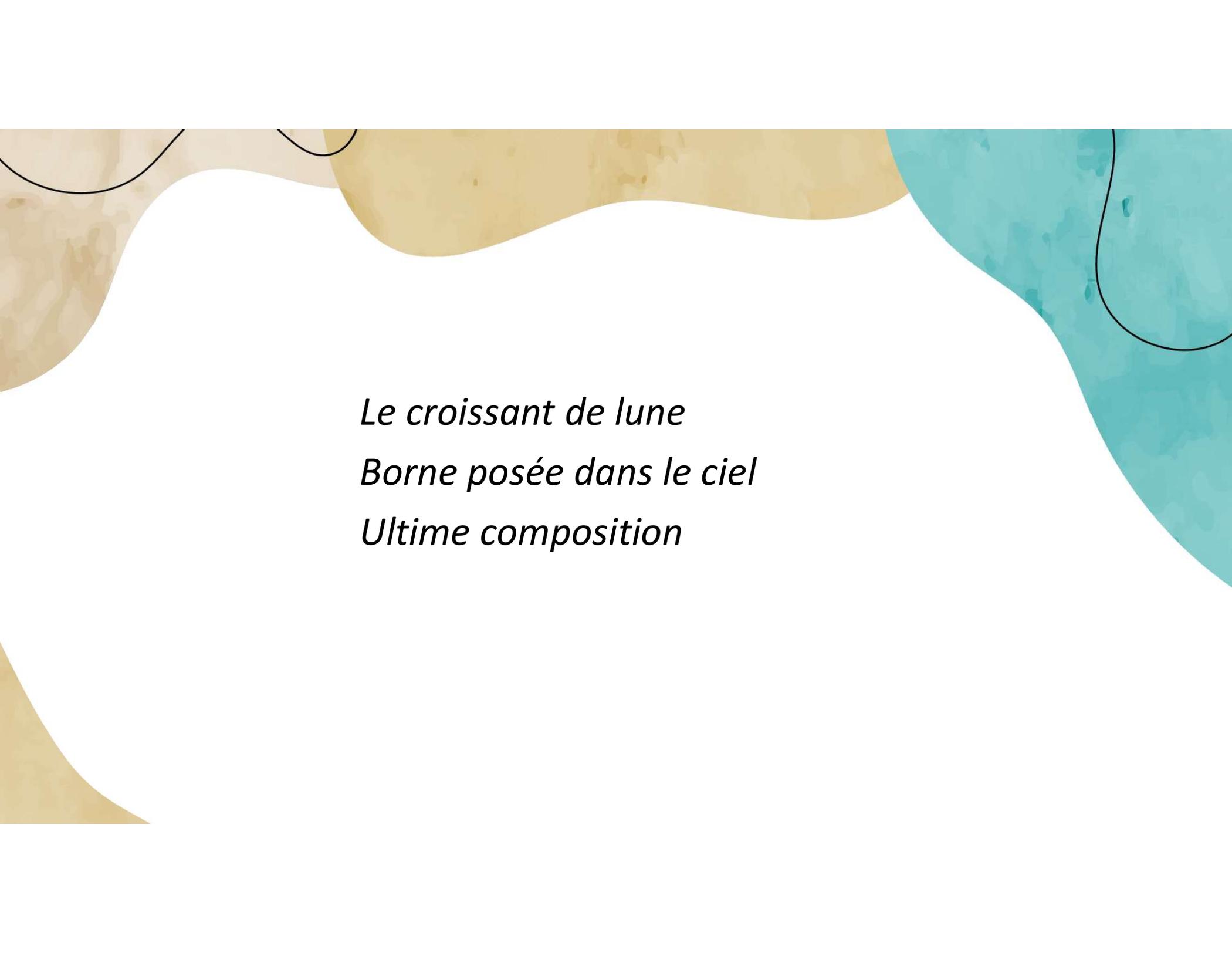
Lequel vérifie $\varphi'(c) = 0$.

Or $\varphi'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$.

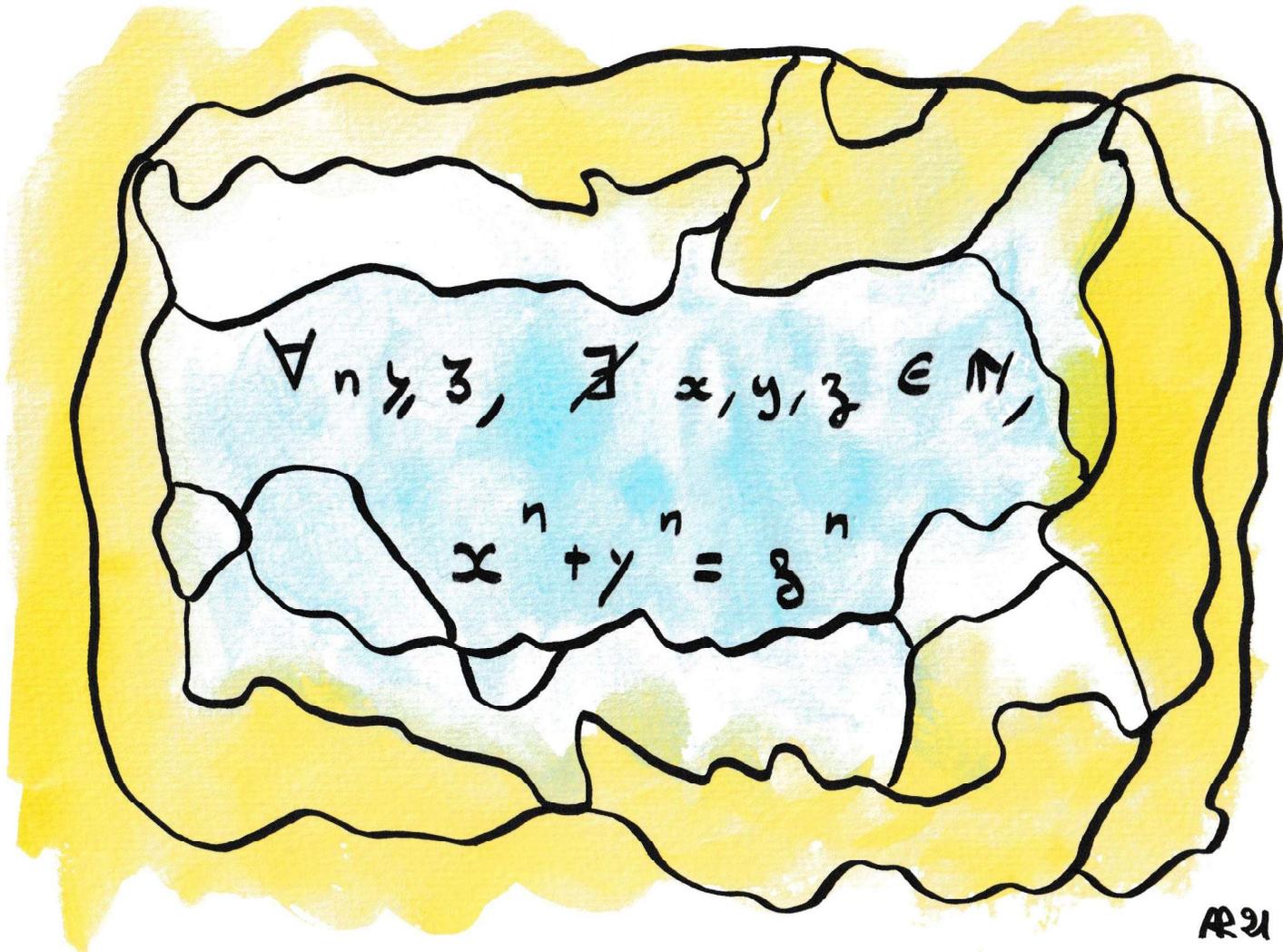
On a donc $f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0$ ce qui donne :

$$f'(c) = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

CQFD. A023



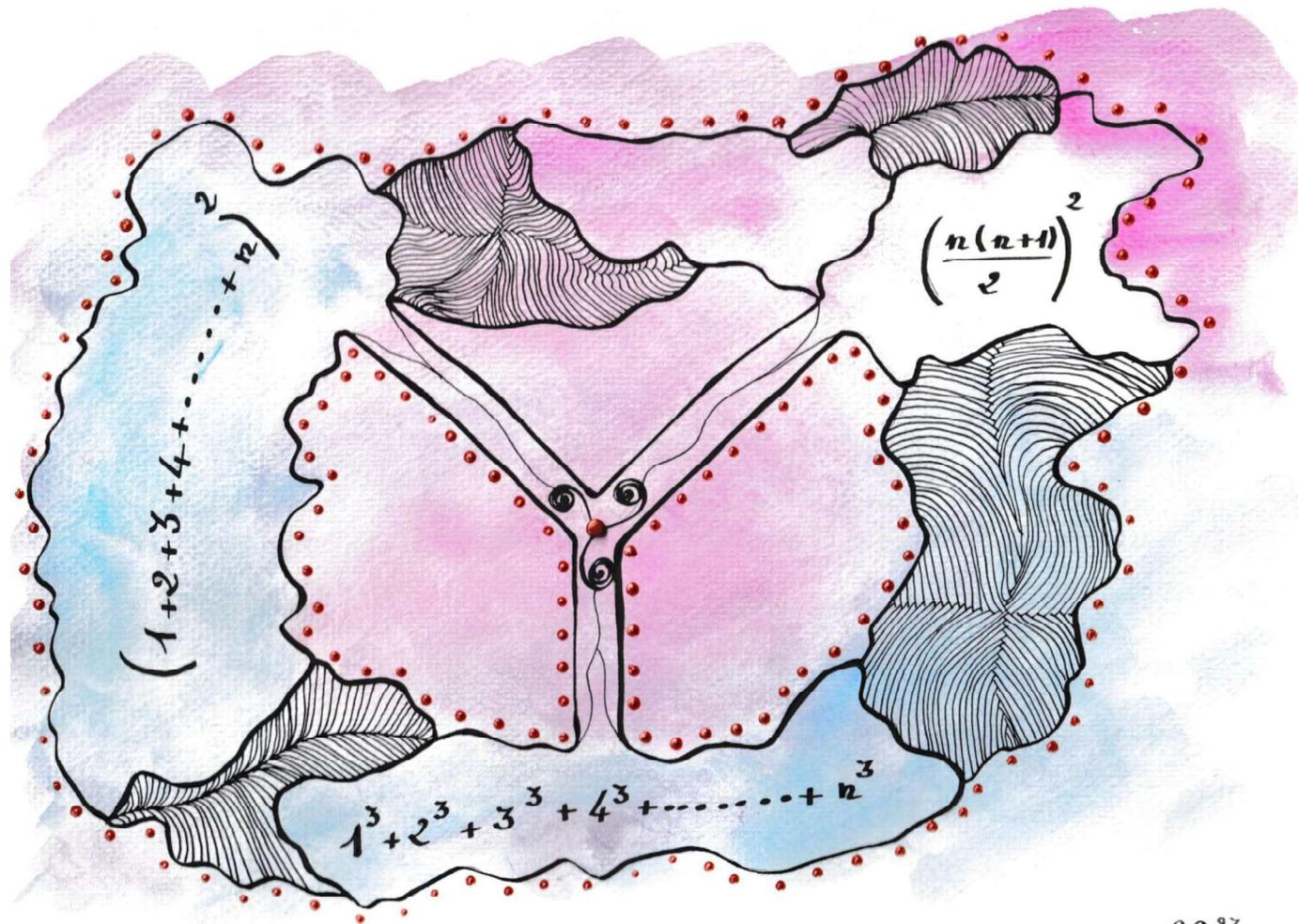
*Le croissant de lune
Borne posée dans le ciel
Ultime composition*



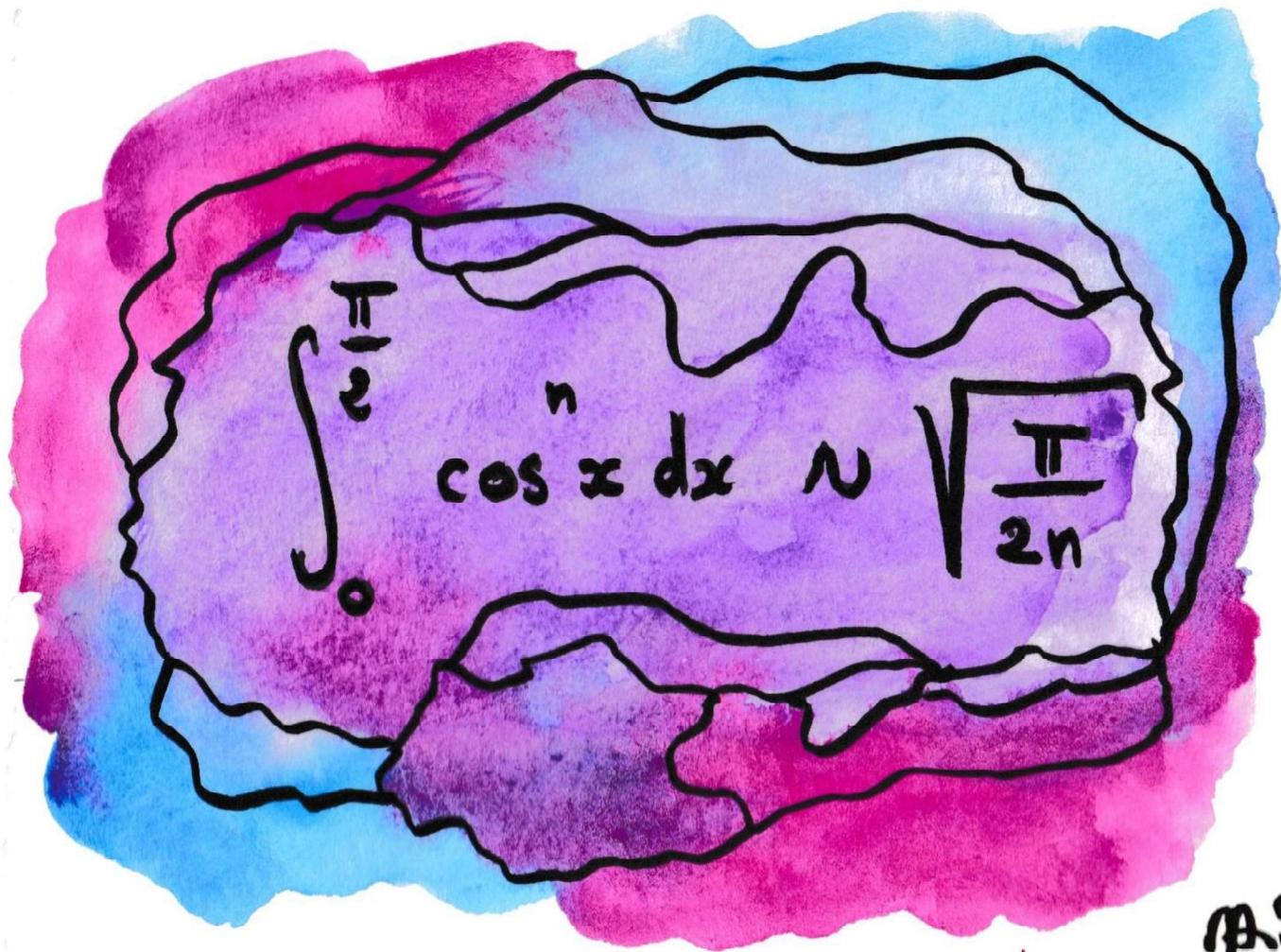
$\forall n \geq 3, \exists x, y, z \in \mathbb{N}$,

$$x^n + y^n = z^n$$

1231



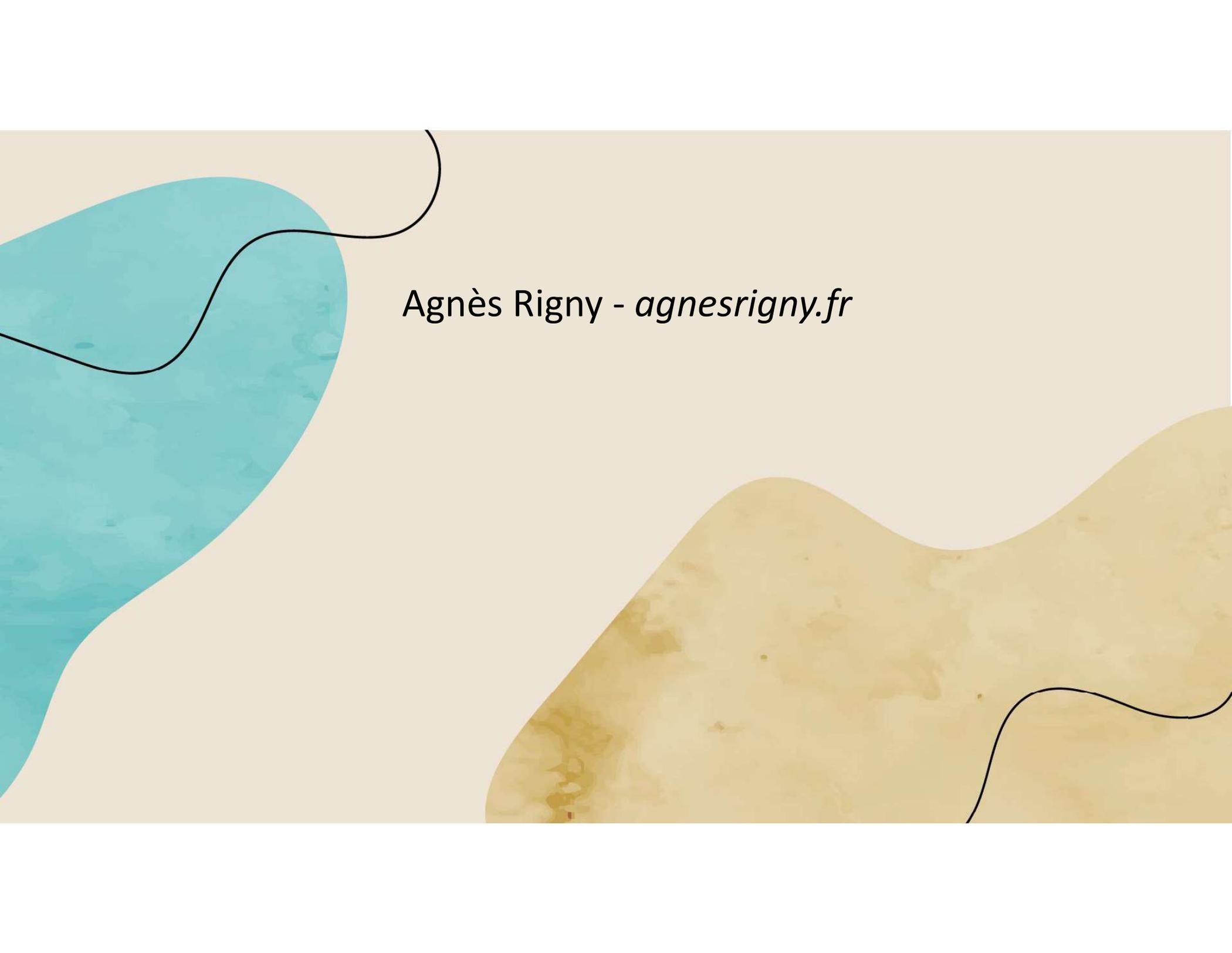
A023



A hand-drawn mathematical formula is centered on a white page. The formula is enclosed within a black, irregular, hand-drawn border. The background of this border is filled with watercolor washes in shades of pink, purple, and blue. The formula itself is written in black ink and consists of an integral symbol with a small circle below it, followed by $\cos^n x dx$, an approximation symbol \sim , and a square root containing $\frac{\pi}{2n}$.

$$\int_0^{\pi} \cos^n x dx \sim \sqrt{\frac{\pi}{2n}}$$

12/21

The background features a light beige color with two large, organic, watercolor-style shapes. On the left, a teal shape is partially visible. On the right, a yellow shape is partially visible. Two thin, black, wavy lines are drawn across the composition, one starting from the top left and curving towards the center, and another starting from the bottom right and curving towards the center.

Agnès Rigny - *agnesrigny.fr*